3rd Symposium on Planar Vector Fields

Lleida, 6 – 10 September 2010

http://www.ssd.udl.cat/sympo3.html

Contents

1 General information

The symposium is the third edition of the “Symposium of Planar Vector Fields” which began at Lleida in November of 1996. The main interest of the Symposium is the qualitative theory of planar vector fields and related topics, as the bifurcation analysis, limit cycles, periodic limit sets, singularities, desingularization, algebraic invariant curves, integrability, center - focus problem, isochronous centers, period maps, finite cyclicity, foliations, etc. The aim of the symposium is two-fold: to survey recent progress made in this field and to explore new directions.

This symposium is organized by Isaac A. García, Jaume Giné, Maite Grau, Jaume Llibre and Susanna Maza.

1.1 Contact information and addresses

All the conferences will be of one hour and will be given in Spanish. The talks of the symposium will take place at:

Room 1.01
Escola Politècnica Superior, Universitat de Lleida,
Avinguda Jaume II, 69; 25001 Lleida.
(In front of the river Segre)
Tel. (34) 973 70 2779 - Fax. (34) 973 70 2702.

Accomodation:
Hotel AC (http://www.ac-hotels.com/143-AC_LLEIDA.html)
C\ Unió, 8; 25002 Lleida.
(In the other side of the river Segre and located at 300 meters from the Escola Politècnica Superior),
Tel. (34) 973 28 3910 - Fax. (34) 973 28 3911.

Lunches will take place at “Menjador Universitari” in the building next to the Escola Politècnica Superior (Av. Jaume II, 71).

The e-mail address of the symposium is symposium@matematica.udl.cat and the web page is http://www.ssd.udl.cat/sympo3.html.

EPS = Escola Politècnica Superior.

2 List of participants

Invited speakers:

Antonio Algaba	Universidad de Huelva algaba@uhu.es
Adriana Buica	Universitatea Babeş-Bolyai (Rumania) abuica@math.ubbcluj.ro
Anna Cima	Universidad Autónoma de Barcelona cima@mat.uab.cat
Tomeu Coll	Universidad de las Islas Baleares Tomeu.Coll@uib.es
Armengol Gasull	Universidad Autónoma de Barcelona gasull@mat.uab.cat
Héctor Giacomini	Université de Tours (Francia) Hector.Giacomini@lmpt.univ-tours.fr
Antoni Guillamon	Universidad Politécnica de Cataluña antoni.guillamon@upc.edu
Eduardo Liz	Universidad de Vigo eliz@dma.uvigo.es
Jaume Llibre	Universidad Autónoma de Barcelona jllibre@mat.uab.cat
Víctor Mañosa	Universidad Politécnica de Cataluña victor.manosa@upc.edu
Francesc Mañosas	Universidad Autónoma de Barcelona manyosas@mat.uab.cat
Rafael Ortega	Universidad de Granada rortega@ugr.es
Daniel Peralta-Salas	Instituto de Ciencias Matemáticas, CSIC-UAM-UC3M-UCM dperalta@icmat.es
Enrique Ponce	Universidad de Sevilla eponcem@us.es
José Ángel Rodríguez	Universidad de Oviedo jarodriguez@uniovi.es
Fernando Sanz	Universidad de Valladolid fsanz@agt.uva.es

Jorge Sotomayor	Universidade de São Paulo (Brasil) sotp@ime.usp.br
Antonio E. Teruel	Universidad de las Islas Baleares antonioe.teruel@uib.es
Joan Torregrosa	Universidad Autónoma de Barcelona torre@mat.uab.cat
Francisco Torres	Universidad de Sevilla ftorres@us.es

Participants:

María Jesús Álvarez	Universidad de las Islas Baleares chus.alvarez@uib.es
Joan Carles Artés	Universidad Autónoma de Barcelona artes@mat.uab.cat
José Luis Bravo	Universidad de Extremadura trinidad@unex.es
Magdalena Caubergh	Universidad Autónoma de Barcelona leen@mat.uab.cat
Manuel Fernández	Universidad de Extremadura ghierro@unex.es
Antoni Ferragut	Universidad Politécnica de Cataluña antoni.ferragut@upc.edu
Cristóbal García	Universidad de Huelva cristoba@uhu.es
Belén García	Universidad de Oviedo belen.garcia@uniovi.es
Isaac A. García	Universidad de Lleida garcia@matematica.udl.cat
Johanna Denise García	Universidad Autónoma de Barcelona johanna@mat.uab.cat
Jaume Giné	Universidad de Lleida gine@matematica.udl.cat
Maite Grau	Universidad de Lleida mtgrau@matematica.udl.cat
Xavier Jarque	Universidad de Barcelona xavier.jarque@ub.edu

Tomás Lázaro	Universidad Politécnica de Cataluña jose.tomas.lazaro@upc.edu
Josep Mallol	Universidad de Lleida jmallol@matematica.udl.cat
Susanna Maza	Universidad de Lleida smaza@matematica.udl.cat
Chara Pantazi	Universidad Politécnica de Cataluña chara.pantazi@upc.edu
Set Pérez	Universidad Autónoma de Barcelona setperez@mat.uab.cat
Salomón Rebollo	Universidad Autónoma de Barcelona srebollo@mat.uab.cat
Manuel Reyes	Universidad de Huelva colume@uhu.es
Francisco Javier Ros	Universidad de Sevilla javieros@us.es

3 Symposium program

This is the latest version of the program. We will post any change on the panel in front of Room 1.01 at EPS (the conference room).

Coffee breaks will be in Room 1.04 at EPS.

SYMPOSIUM PROGRAM

	MONDAY 6th	TUESDAY 7th	WEDNESDAY 8th	THURSDAY 9th	FRIDAY 10th
10:00 - 11:00	REGISTRATION at **11h** in Room 1.01 of EPS	F. TORRES	E. LIZ	A. BUICA	A. CIMA (10:30h)
		COFFEE BREAK			
11:30 - 12:30	E. PONCE	F. SANZ	A. ALGABA	R. ORTEGA	V. MAÑOSA (12:00h)
		BREAK			
12:40 - 13:40	J. TORREGROSA	J.A. RODRÍGUEZ	D. PERALTA-SALAS	A. TERUEL	
		LUNCH			
16:30 - 17:30	H. GIACOMINI	A. GUILLAMON	F. MAÑOSAS	J. LLIBRE	
		COFFEE BREAK			
17:50 - 18:50	A. GASULL	T. COLL	Visit: *Castell dels Templers Gardeny*	J. SOTOMAYOR	
21:00				Social dinner	

4 Titles and abstracts

Antonio Algaba Universidad de Huelva

Dinámica plana vía formas normales.

En esta charla definiremos la forma normal bajo orbital equivalencia y estudiaremos su existencia, unicidad y su adaptación para el estudio de ciertas propiedades dinámicas de campos vectoriales. En particular, calcularemos los invariantes de un campo vectorial para el caso de: integrabilidad analítica, reversibilidad orbital, existencia de factor integrante inverso, casi-linealización, ...

Este trabajo está hecho conjuntamente con C. García y M. Reyes.

Adriana Buica Universitatea Babes-Bolyai (Rumania)

Bifurcación de Hopf en $\mathbb{R}^3$ y el último multiplicador de Jacobi.

En esta charla estudiamos el número maximo de ciclos límite que pueden bifurcar de un foco p_0 de un sistema analítico en $\mathbb{R}^3$ con una perturbación analítica. Consideramos solo los puntos p_0 con dos valores propios imaginarios puros y otro real, distinto de cero. Nuestro enfoque es nuevo, en el sentido que no utilizamos la reducción a la variedad central para calcular las constantes de Poincaré-Liapunov, y estudiamos la bifurcació de Hopf utilizando el último multiplicador de Jacobi. Mas preciso, definimos la noción de multiplicidad de anulación del último multiplicador de Jacobi en p_0. Este trabajo es conjunto con Isaac García y Susanna Maza.

Anna Cima Universidad Autónoma de Barcelona

Distintos tipos de centros.

Tomando como referencia (y motivación) la ecuación de Abel, vamos a considerar distintas condiciones sobre la ecuación diferencial que implican la existencia de centro. Estas condiciones dan lugar a distintos tipos de centros: centros de composición, centros persistentes y centros que cumplen ciertas condiciones sobre los momentos asociados a la ecuación. Veremos cuando alguna de estas condiciones implica alguna de las otras. Tambien veremos que en determinadas familias algunas de estas condiciones son equivalentes.

El trabajo que voy a explicar está hecho conjuntamente con Armengol Gasull y Francesc Mañosas.

Tomeu Coll Universidad de las Islas Baleares

A BOUNDS FOR THE LIMIT CYCLES BIFURCATING FROM A PERTURBED QUARTIC CENTER.

Authors: B. Coll (UIB), J. Llibre (UAB) and R. Prohens (UIB).

We consider the quartic center $\dot{x} = -yf(x, y)$, $\dot{y} = xf(x, y)$, with $f(x, y) = (x + a)(y + b)(x + c)$ and $abc \neq 0$. Here we study the maximum number σ of limit cycles which can bifurcate from the periodic orbits of this quartic center when we perturb it inside the class of polynomial vector fields of degree n, using the averaging theory of first order. We prove that $4[(n-1)/2] + 4 \leq \sigma \leq 5[(n-1)/2 + 14$, where $[\eta]$ denotes the integer part function of η.

Armengol Gasull Universidad Autónoma de Barcelona

CICLOS LIMITE PARA DOS FAMILIAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES CÚBICAS.

Consideramos dos familias dos paramétricas de ecuaciones diferenciales en el plano, una modelando la formación de galaxias espirales y otra de tipo Lotka-Volterra, para las cuales su número de ciclos límite solo ha sido estudiado numéricamente, e intentamos demostrar los resultados conjeturados. Para este fin usamos un resultado clásico de unicidad para sistemas de tipo Lotka-Volterra e introducimos un nuevo criterio de no existencia de ciclos límite. Ambos criterios resuelven completamente el problema relativo al modelo sobre la creación de galaxias y dan información interesante en el segundo modelo. En los dos casos demostramos también que los ciclos límite nunca son algebraicos.

Es un trabajo en colaboración con M.J. Álvarez y R. Prohens.

Héctor Giacomini Université de Tours (Francia)

Existencia de Ground States en un sistema de dos ecuaciones de tipo Emden-Fowler.

Autores: Marie Françoise Bidaut-Veron y Héctor Giacomini.

Se considera un sistema de dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo elíptico de la forma:

$$\triangle u + u^s v^\delta = 0,$$

$$\triangle v + u^\mu v^s = 0,$$

donde $\triangle$ representa el laplaciano en $\mathbb{R}^N$ y $(u, v) \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R}^N)$. Las cantidades s, δ, μ son parámetros que se suponen no negativos, con $N > 2$.
Se buscan soluciones no negativas con simetría radial:
$u = u(r)$, $v = v(r)$, donde $r = |x|$, $x \in \mathbb{R}^N$, y que verifican ademas la condición:

$$\lim_{r\to\infty} u = \lim_{r\to\infty} v = 0.$$

Una solución radial debe verificar el sistema de ecuaciones ordinarias:

$$u'' + \frac{N-1}{r}u' + u^s v^\delta = 0,$$

$$v'' + \frac{N-1}{r}v' + u^\mu v^s = 0.$$

La regularidad en $r = 0$ impone la condición $u'(0) = v'(0) = 0$.
Las soluciones radiales que verifican estas condiciones se denominan ground states (GS). Se desea determinar las restricciones que se deben imponer a los parámetros del sistema para que existan soluciones de este tipo.
Para valores dados de s y N se define la curva C_1 en el plano (δ, μ):

$$\frac{1}{\delta+1} + \frac{1}{\mu+1} - \frac{N-2}{N} = 0.$$

E. Mitidieri (Differential and Integral Equations, **9** (1996), 465-479) demostró que por encima de esta curva existen GS. En el presente trabajo se mejora este resultado. Definimos la curva C_2:

$$\frac{1}{\delta+1} + \frac{1}{\mu+1} - \frac{N-2}{N} - \frac{s(N-2)}{2N} min(\frac{1}{\delta+1}, \frac{1}{\mu+1}) = 0.$$

Demostramos que por encima de esta curva, que esta por debajo de C_1, existen GS.
Para el caso particular $\delta = \mu$ existen soluciones con $v = u$. Se tiene en ese caso una sola ecuación y el problema es mucho mas simple. La condición de existencia de GS fue resuelta por R. H. Fowler (Quart. Jl. Math, **2** (1931), 259-288). Existen GS si y solo si $s + \mu \geq \frac{N+2}{N-2}$. Para valores dados de s y N, cuando la igualdad se verifica, se tiene un punto sobre la recta $\delta - \mu = 0$ en el plano (δ, μ). Este punto se encuentra por debajo de la curva C_2, lo cual muestra que esta curva no es optimal.

Antoni Guillamon Universidad Politécnica de Cataluña

Predicción del avance de fase en osciladores biológicos: efectos transitorios.

Autores: Toni Guillamon (UPC) y Gemma Huguet (Center for Neural Science, New York University).

El principal objeto de la presentación son las llamadas curvas de respuesta de fase (PRCs), que se definen sobre un ciclo lmite, y que se utilizan para predecir el avance de fase provocado por estímulos externos. Revisaremos su relación con las simetrías de Lie del campo y con la parametrización natural que estas inducen en un entorno de la órbita periódica. Expondremos a continuación un algoritmo para el cálculo de las curvas isócronas y, en particular, de como ello permite extender las PRCs a un entorno del ciclo límite. Esta última extensión proporciona un mayor detalle en la predicción del avance de fases, que ilustraremos con ejemplos significativos, especialmente vinculados a modelos en neurociencia. Veremos cómo, en ciertas circunstancias, el uso de PRCs restringidas al ciclo límite, y que no tienen en cuenta fenómenos transitorios, puede predecir erróneamente fenómenos de sincronización o *phase-locking*.

Eduardo Liz Universidad de Vigo

Respuestas dinámicas al aumento de mortalidad en un modelo de poblaciones.

La formulación matemática más simple de un modelo continuo de crecimiento de poblaciones estructurado en dos edades (juveniles y adultos) conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias en el plano. Sin embargo, la consideración de que la etapa juvenil dura un tiempo τ (período de maduración) hace que un modelo más realista incluya una ecuación diferencial con retraso. Esto convierte el sistema en infinito-dimensional y enriquece la dinámica. En esta charla se analizan algunos fenómenos que se producen en la dinámica del modelo como respuesta a un aumento de la mortalidad. Entre ellos, destaca la aparición de *burbujas* en el diagrama de bifurcación debido a la existencia de dos puntos de bifurcación de Hopf.

Jaume Llibre Universidad Autónoma de Barcelona

SOBRE LA INTEGRABILIDAD DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES CON ÉNFASIS EN LAS ECUACIONES DIFERENCIALES POLINOMIALES.

Primero se presentará un pequeño survey incluyendo resultados recientes sobre la integrabilidad de las ecuaciones diferenciales poniendo especial atención en las ecuaciones diferenciales en dimensión 2.

Segundo se recordará el estado actual de la teoria de integrabilidad de Darboux sobre las ecuaciones diferenciales polinomiales, primero en dimensión 2 y después en dimensión arbitraria.

Tercero si hay tiempo se presentaran algunas aplicaciones de la integrabilidad.

Víctor Mañosa Universidad Politécnica de Cataluña

APLICACIONES GLOBALMENTE PERIÓDICAS Y FLUJOS PERIÓDICOS.

Presentaremos algunos resultados de un trabajo en curso realizado en colaboración con Francesc Mañosas.

Nuestra intención es relacionar las aplicaciones globalmente periódicas en $\mathbb{R}^n$ con los flujos globalmente periódico isócronos. Nuestro objetivo es demostrar que toda aplicación globalmente periódica en un abierto de $\mathbb{R}^n$ es una aplicación estroboscópica de un flujo isócrono (obsérvese que el recíproco es inmediato).

Presentaremos dos maneras de atacar el problema. La primera se basa en posible existencia de linealizaciones para aplicaciones globalmente periódicas, y la segunda en la existencia de un número elevado de Simetrías de Lie periódicas, que son ciertos campos vectoriales asociados a las aplicaciones consideradas, cuya existencia se debe al alto número de integrales primeras que exhiben estas aplicaciones.

Aprovecharemos para comentar algunos aspectos auxiliares relacionados con el problema de la regularización de la función de período para campos vectoriales periódicos en $\mathbb{R}^n$, así como presentar algunos resultados clásicos y otros obtenidos en colaboración con A. Cima y A. Gasull.

Francesc Mañosas Universidad Autónoma de Barcelona

Un criterio de acotación de ceros de integrales abelianas.

Autores: F. Mañosas (UAB) and J. Villadelprat (URV).

Nuestro propósito es el estudio del número de ceros de integrales abelianas de la forma

$$I(h) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i I_i(h) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \int_{\gamma_h} f_i(x) y^k dx,$$

donde γ_h son curvas de nivel compactas $\{H(x,y) = h\}$ de una función $H(x,y) = A(x) + B(x)y^m$ con un mínimo local en el origen. En un trabajo reciente ([1]) se prueba que bajo ciertas condiciones la família $I_0, \dots, I_{n-1}$ és un sistema de Chebyshev siempre que ciertas funciones $\tilde{f}_0, \dots, \tilde{f}_{n-1}$ sean un sistema de Chebyshev. Las funciones $\tilde{f}_i$ se obtienen a partir de las funciones f_i y cierta simetria asociada a la función H. Consecuentemente en esta situación el número de ceros de cualquier combinación lineal de las funciones $I_0, I_1, \dots, I_{n-1}$ queda acotado por el numero de ceros de cualquier combinación lineal de $\tilde{f}_0, \dots, \tilde{f}_{n-1}$. En este trabajo generalizamos este resultado para el caso en que $\tilde{f}_0, \dots, \tilde{f}_{n-1}$ no és un sistema de Chebyshev, pero $\tilde{f}_0, \dots, \tilde{f}_{n-2}$ si lo es.

Referencias:

[1] M. Grau, F. Mañosas, J. Villadelprat *A Chebyshev criterion for Abelian integrals,* Por aparecer en Transactions of American Mathematical Society (2008).

Rafael Ortega Universidad de Granada

ATRACTORES SIN ROTACIÓN.

Es un trabajo en colaboración con F. R. Ruiz del Portal.

Dado un homeomorfismo del plano h y un punto fijo $p = h(p)$ con estabilidad asintótica no global, es posible asignar un número que mide la rotación de las órbitas atraídas por p. Con algunas hipótesis sobre h (contrae áreas+disipativo) se prueba que si el número de rotación es cero entonces h tiene un segundo punto fijo. A partir de este hecho se derivan condiciones para la estabilidad asintótica global en el plano.

Daniel Peralta-Salas Instituto de Ciencias Matemáticas, CSIC-UAM-UC3M-UCM.

ON THE EXISTENCE OF INVERSE INTEGRATING FACTORS FOR ANALYTIC VECTOR FIELDS.

The aim of this talk is to present some old and new results on the existence of inverse integrating factors (IIF) for analytic planar systems. In particular, we shall review the recent proof (Bull. London Math. Soc. 2009) of the existence of IIF in a neighborhood of a limit cycle and we shall provide a different proof which does not make use of Yakovenko's normal form (joint work with A. Enciso). The new proof, based on a remarkable functional equation discovered by García, Giacomini and Grau (Trans. Amer. Math. Soc. 2010), turns out to be powerful when dealing with monodromic polycycles, where no normal form is available. We shall also explain how to prove the existence of a C^∞ IIF and a C^∞ Lie symmetry for any (degenerate) analytic centre (joint work with J. Giné) using some techniques introduced by Mazzi and Sabatini (J. Differential Equations 1988). Finally, time allowing, we shall focus on the existence of IIF for monodromic polycycles and its relationship with Ecalle-Ilyashenko's finiteness theorem.

Enrique Ponce Universidad de Sevilla

Discontinuous systems arising in sliding mode controllers for the Boost converter.

In the design of sliding mode controllers (SMC), discontinuous or Filippov vector fields naturally arise. We study two different approaches in SMC for a well known application in power electronics, as is the Boost converter. Reducing its 3D-dimensional sliding dynamics to that of a topologically equivalent lower dimensional standard vector field, the sliding dynamics bifurcation analysis in the Boost converter is simplified, leading to certain planar quadratic vector fields. The analysis allows to get useful information in order to establish sound design criteria.

References

[1] E. Ponce and D.J. Pagano. Hopf Bifurcation in the Sliding Dynamics for a DCM Boost Converter under SMC strategy. *IWDC 2009, 15th International Workshop on Dynamics and Control, J. Rodellar and E. Reithmeier (Eds.)*, 127–134. Barcelona, 2009.

[2] E. Ponce and D.J. Pagano. Chaos through Sliding Bifurcations in a Boost Converter under a SMC strategy. *CHAOS09, Second IFAC meeting related to analysis and control of chaotic systems.* London, June 22nd–24th, 2009.

[3] E. Ponce and D.J. Pagano. Sliding Mode Controllers Design through Bifurcation Analysis. *NOLCOS 2010, 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, September 1st-3rd, Bologna, 2010.

José Ángel Rodríguez Universidad de Oviedo

Complejidad dinámica en el acoplamiento lineal de dos campos planos.

La familia

$$\begin{aligned} x' &= A-(B+1)x+x^2y \\ y' &= Bx-x^2y \end{aligned}$$

de campos polinomiales de grado tres en el plano, denominados Brussalators, aparecen con frecuencia en la literatura como modelos de ciertas reacciones químicas. Su dinámica está caracterizada por la presencia de un punto de equilibrio que experimenta una bifurcación de Hopf cuando $B = A^2 + 1$, generando un atractor periódico. Al acoplar dos de estas familias por un mecanismo tan simple como la difusión lineal aparece una gran riqueza dinámica: atractores extraños, ruptura de la sincronización y episodios de sincronización-desincronización mediante intervalos de dinámica caótica. Toda esta complejidad se puede ir localizando en el entorno de las singularidades de los campos.

Los argumentos en la exposición sirven para el estudio de la complejidad que surge por acoplamiento de otros campos en aplicaciones y arrojan luz para tratar de establecer algún tipo de jerarquía en los mecanismos que sigue la complicación dinámica a medida que aumenta el número de procesos que interrelacionan entre sí.

Fernando Sanz Universidad de Valladolid

EQUIVALENCIAS DIFERENCIABLES ENTRE SINGULARIDADES DE CAMPOS DE VECTORES EN EL PLANO.

Un conocido teorema de Hartman afirma que dos singularidades hiperbólicas de campos de vectores planos son C^1-equivalentes si las partes lineales son conjugadas. En esta charla estudiamos hasta qué punto podemos extender este resultado de existencia de equivalencia diferenciable a singularidades no hiperbólicas que compartan la misma "parte principal".

Trabajo en colaboración con Nuria Corral (Universidad de Cantabria).

Jorge Sotomayor Universidade de São Paulo (Brasil)

ESTABILIDAD Y BIFURCACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES PARA EL MOVIMIENTO DEBIDO A LA ATRACCIÓN FOCAL Y DERIVA RADIAL EN UN MEDIO EN ROTACIÓN.

Será presentada y discutida una familia a dos parámetros de ecuaciones diferenciales que extiende, por inclusión de la deriva, el estudio de J. Sotomayor en "On the motion under focal attraction in a rotating medium", Bulletin of the Belgian Math. Society Simon Stevin, **15** (2008), 921–925.

Especial atención será dada a la estabilidad local de las singularidades y a sus bifurcaciones, con la descripción de los diagramas de bifurcación en torno de los centros organizadores (i.e. bifurcaciones de codimensión dos). Será comentada la motivación histórica para este asunto.

Trabajo en colaboración con L.F. Mello.

Antonio E. Teruel Universidad de las Islas Baleares

CANARD TRAJECTORIES IN A 3D PIECEWISE LINEAR DIFFERENTIAL SYSTEM IN THE CASE OF A FOLDED–NODE.

Autores: Rafel Prohens (UIB) y Antonio E. Teruel (UIB).

Slow-fast systems are differential systems which exhibit dynamics composed by different time scale; i.e. are systems of the form

$$\begin{array}{rcl} \dot{u} & = & g(u, v, \varepsilon) \\ \varepsilon v & = & f(u, v, \varepsilon) \end{array}$$

with $u \in \mathbb{R}^n$, $v \in \mathbb{R}^m$, sufficiently smooth functions g, f and small parameter $0 < \varepsilon << 1$. From the pioneer work of Van der Pol [6], these systems arise naturally in applications. Closely linked to these systems appear the relaxation–oscillation limit cycles and the canard trajectories which explain sudden changes in the amplitude and period of oscillatory behaviour. Recently canards have been studied with tools from the singular perturbation theory [3, 4]. This geometric approach points out that the study of canard solutions comes down to understanding the dynamics of the system near folds of the critical manifold $f = 0$, in particular near isolated points called folded singularities. Since the flow near these singularities is best analyzed in a normal form setting, in [5] the authors consider the normal form

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x} & = & \frac{1}{2}\mu y - (\mu + 1)x, \\ \dot{y} & = & 1, \\ \dot{z} & = & x + z^2, \end{array} \right.$$

for proving the existence of primary canards. In [7] the author study how secondary canards bifurcate from the weak primary canard.

As it is well known nowadays, piecewise linear differential systems are able to reproduce most of the complex dynamical behavior exhibited by general nonlinear systems [1, 2]. Hence, we have considered next piecewise linear normal form for a folded node case

$$\begin{cases} \dot{x} &= \mu y - (\mu+1)x, \\ \dot{y} &= |z|, \\ \dot{z} &= x + |z|, \end{cases}$$

and by using tools from the singular perturbation theory we have studied the existence of canard trajectories, using similar arguments to those in [5] and in [7].

References:

[1] V. Carmona, F. Fernández–Sánchez and A. E. Teruel, *Existence of a Reversible T-Point Heteroclinic Cycle in a Piecewise Linear Version of the Michelson System*, SIAM J. Appl. Dyn. Sys., **7**, (2008) 1032–1048.
[2] V. Carmona, F. Fernández–Sánchez, E. García and A. E. Teruel, *Existence of homoclinic connections in continuous piecewise linear systems*, Chaos, **20** (2010) 013124 1–8.
[3] N. Fenichel, *Presistence and smoothness of invariant manifolds*, Indiana Univ. Math. J. **21**, (1971), 193–226.
[4] N. Fenichel, *Geometric singular perturbation theory*, J. Differential Equations **31**, (1979), 53–98.
[5] P. Szmolyan and M. Wechselberger, *Canards in* $\mathbb{R}^3$, J. Differential Equations **177**, (2001), 419–453.
[6] B. Van der Pol, *A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations*, Radio Review. **1**, (1920), 701–710, 754–762.
[7] M. Wechselberger, *Existence and bifurcation of canards in* $\mathbb{R}^3$ *in the case of a folded node*, SIAM J. Appl. Dyn. Sys., **4** (2005), 101–139.

Joan Torregrosa Universidad Autónoma de Barcelona

Resultados globales de la curva de bifurcación de Bogdanov-Takens.

Se estudiará, desde un punto de vista global, la curva de bifurcación de la conexión homoclínica que aparece en el sistema de ecuaciones diferenciales cuadráticas conocido como forma normal de Bogdanov-Takens

$$\begin{aligned} x' &= y, \\ y' &= -n + by + x^2 + xy. \end{aligned}$$

Para cada $n > 0$ existe un valor $b^*(n)$ tal que el sistema tiene un único ciclo límite para toda b tal que $b^*(n) < b < \sqrt{n}$. Se daran curvas explícitas tales que $b_l(n) \leq b^*(n) \leq b_u(n)$ para todo $n > 0$. Además se demostrará la conjetura de Perko que predice como es el comportamiento de esta curva cuando los parámetros van a infinito. Más concretamente, que la curva $b^*(n)$ va a infinito como $\sqrt{n} - 1$. El método algebraico que se describirá se puede usar para localizar otras conexiones, tanto en el caso de homoclinas como de heteroclinas.

El trabajo se ha realizado en colaboración con Armengol Gasull, Héctor Giacomini y Set Pérez-González.

Francisco Torres Universidad de Sevilla

Existencia de conos invariantes en sistemas lineales a trozos tridimensionales mediante sistemas planos híbridos.

Consideramos sistemas tridimensionales continuos de la forma

$$\mathbf{x} = F(\mathbf{x}) = \begin{cases} A^+\mathbf{x} & \text{si } x \geq 0, \\ A^-\mathbf{x} & \text{si } x < 0, \end{cases}$$

en los que es posible definir una aplicación de Poincaré en el plano $x = 0$. Esta aplicación transforma las semirrectas de dicho plano que pasan por el origen en otras semirrectas del mismo tipo. Las semirrectas invariantes determinan conos invariantes del sistema original. En esta charla se mostrará la influencia sobre la dinámica del sistema de la existencia de conos invariantes. También se mostrará que es posible establecer la existencia de conos invariantes en el sistema tridimensional inicial estudiando la existencia de órbitas periódicas en un sistema plano híbrido. Por último, estos resultados se aplicarán al estudio de una bifurcación silla-nodo de conos invariantes.